

**В. К. Горбунов, В. П. Крылов**

Ульяновский государственный университет (Ульяновск, Российская Федерация)

## ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ОСНОВНОГО КАПИТАЛА ПРЕДПРИЯТИЙ МЕТОДОМ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ<sup>1</sup>

Эффективные производственные фонды региона или страны — это фонды, реально участвующие в создании продукции. В соответствии с неоклассическим принципом рациональности экономических агентов именно эффективные фонды должны учитываться в производственных функциях, представляющих математические модели крупных производственных объектов (производственных объединений, отраслей, экономик регионов и стран). Наличие адекватной производственной функции позволяет выполнять глубокий экономический анализ объекта и решать задачи планирования и прогнозирования. Однако для исследователей, как правило, доступна информация о балансовых фондах, часто слабо отражающих реальное состояние экономики. Нечеткое понятие эффективных фондов поддается формализации и количественной оценке в рамках метода производственных функций (ПФ) на основе модели В. К. Горбунова и А. Г. Львова (2012) построения стандартных макроэкономических ПФ, один из факторов которых — капитал, по статистической информации о производственных инвестициях. Эффективные фонды оцениваются вместе с параметрами ПФ и основными показателями динамики фондов: амортизации и начального значения. В данной статье в уравнения динамики вводится дополнительно коэффициент реализуемости инвестиций, представляющий долю реального использования выделенных производственных инвестиций. Приводятся результаты комплексного оценивания параметров ПФ и эффективных фондов для экономик Приволжского и Уральского федеральных округов с использованием нескольких классов двухфакторных ПФ. В качестве второго фактора альтернативно рассматриваются труд и потребление энергии. В результате построения ПФ региона вычисляются макроэкономические показатели: средние и предельные отдачи факторов, факторные эластичности, предельная норма замещения факторов и эластичность замещения. Это повышает качество количественного анализа региональных экономик и объективность их сравнения.

**Ключевые слова:** региональные производственные функции, производственные инвестиции, эффективные основные фонды, анализ экономики

### Введение

Стоимость основных производственных фондов (капитал) является одним из основных показателей регионального развития. Однако эта числовая мера базового понятия экономического анализа и прогнозирования развития сложных производственных объектов (отрасли, региона) является нечеткой и неоднозначной в силу известных проблем агрегирования экономических показателей. Доступным для исследователей показателем экономического развития является балансовая стоимость производственных фондов. Однако этот показатель плохо отражает экономическую реальность из-за трудностей приведения различных компонент фондов сложного объекта к общим ценам и оценку степени их износа [2, 3, 4, 12].

Другой недостаток показателя балансовых фондов — это их неполное использование, что типично для рыночной экономики и особенно характерно — для российской экономики постсоветского периода. В новой реальности значительная часть производственных фондов не используется и разрушается, отчетные статистические данные не всегда соответствуют предположению о рациональности (в легальном понимании) использования производственных факторов. Причинами могут быть как нерациональность поведения новых акторов (собственников и менеджеров), так и несоответствие отчетной информации истинному состоянию в силу различных причин, в том числе коррупционного присвоения части выделенных инвестиций, определяющих динамику фондов, и нелегитимного удешевления работ по их освоению. Проблема коррупции в российской экономике начинает привлекать исследователей на институционально-модель-

<sup>1</sup> © Горбунов В. К., Крылов В. П.. Текст. 2015.

ном уровне [10], и специфический вклад в эту проблему может внести метод производственных функций [8, 14, 6].

Производственные функции (ПФ) являются математическими моделями достаточно крупных производственных объектов, отраслей, региональных и национальных экономик. ПФ позволяют решать задачи экономического анализа, недоступные калькуляционным методам. Основным аргументом (производственным фактором) производственной функции является стоимость производственных фондов (капитал), и, в соответствии с неоклассической концепцией рациональности производства, это должны быть не балансовые, а реально используемые фонды. Соответственно, информация о балансовых фондах во многих случаях будет плохой основой для построения ПФ и использования их в количественном экономическом анализе. Несоответствие доступной меры фондов балансовой стоимости — скрытой, но осмысленной мере эффективных фондов (ЭФ) вызывало скепсис относительно метода ПФ уже на ранней стадии его становления [16].

Проблема оценки ЭФ может решаться, если известны производственные инвестиции на периоде сбора статистической информации об объекте. Инвестиции, как правило, отражают рыночную конъюнктуру, их величина хорошо определена, и они реализуются (если они рациональны) как эффективные фонды. Динамика ЭФ на периоде наблюдения объекта зависит от их начального уровня, фактических производственных инвестиций, скорости их освоения и амортизации оуществленного капитала. Инвестиции — это величина типа «поток», а капитал — величина типа «запас». При отсутствии инвестиций производство может некоторое время функционировать за счет накопленного капитала. Несмотря на эти различия, некоторые исследователи [1, 11] строят инвестиционные ПФ, отличающиеся от традиционных капитальных ПФ простой заменой фактора «капитал» на текущие инвестиции.

В работе В. К. Горбунова и А. Г. Львова [5] предложено развитие метода наименьших квадратов (МНК) для построения стационарных капитальных ПФ в ситуации, когда известны инвестиции в производство. При этом на периоде наблюдения реконструируется динамика не балансовых, а эффективных фондов. Одновременно могут оцениваться параметры, определяющие скорость освоения инвестиций и амортизацию фондов. Новая, более сложная задача МНК оценивания расширенного набора параметров в общем случае является

плохо обусловленной (некорректно поставленной) задачей нелинейного программирования, требующей использования эффективных методов оптимизации, а также регуляризации на основе содержательной дополнительной (экспертной) информации. Для преодоления вычислительных сложностей производственные функции строятся в последовательно усложняющихся классах, начиная с простейшего класса Кобба — Дугласа. Оценка (реконструкция) динамики ЭФ на промежутке наблюдения требует задания начального значения эффективных фондов, а также коэффициента амортизации. Такие значения можно оценить калькуляционными методами [2, 3, 12]. Эти методы требуют использования детальной информации об экономике и достаточно трудоемки, но эта работа должна быть проделана в полном объеме лишь для начального периода.

В данной статье развивается подход [5] в следующих отношениях. В уравнения динамики капитала вводится дополнительно коэффициент реализуемости инвестиций, представляющий долю реального использования выделенных производственных инвестиций. В качестве дополнительного средства преодоления вычислительной сложности задач МНК используется переход к индексным ПФ с последующим восстановлением параметров функций в абсолютных формах (относительно абсолютных значений переменных) [6]. Разработанный метод применен для сравнительного анализа экономик двух федеральных округов России.

В первом разделе статьи рассматриваются двухфакторные ПФ в абсолютной и — кратко — в индексной формах. Приводятся характеристики производства, выводимые из производственных функций, а также представлены классы ПФ, использованные при расчетах. Во втором разделе излагается задача построения капитальных ПФ с реконструкцией эффективных фондов по информации об инвестициях. В третьем — приводятся и обсуждаются результаты решения этой задачи для статистических данных Приволжского и Уральского федеральных округов. В качестве второго фактора альтернативно рассматриваются труд и потребление энергии. Четвертый раздел — выводы.

### 1. Производственные функции в абсолютной и индексной формах

Производственные функции являются математическими моделями исследуемых объектов типа черного ящика [6], представляющими зависимости выпуска продукции от затрат производственных факторов в предпо-

ложении их рационального использования. Производственные функции описывают сложный объект упрощенно на основе выделения его наиболее существенных (для конкретного исследования) показателей затрат, имеющих количественные меры, и установления конкретной функциональной связи, которая, по предположению, существует между затратами и выпуском.

Рассмотрим стационарные двухфакторные капитальные ПФ различных параметрических классов

$$Y = F(K, L; w), \quad (1)$$

где валовой выпуск моделируемого производственного объекта  $Y$  за отчетную единицу времени (обычно год) определяется уровнем использования эффективных фондов (эффективного капитала)  $K$  и труда  $L$ , переменная  $w = (w_1, \dots, w_p)$  представляет вектор параметров соответствующего класса ПФ, выбираемый из некоторого множества  $W \subseteq R^p$  пространства параметров данного класса функций. Вместо труда также (альтернативно) используется показатель производственного использования энергии  $E$ . Эта замена существенна только при конкретных расчетах.

При рассмотрении теоретических вопросов зависимость ПФ от параметров не выделяется:  $Y = F(K, L)$ . В записи (1) предполагается, что основные переменные ( $Y, K, L$ ) имеют размерности: валовой выпуск  $Y$  и фонды  $K$  измеряются стоимостью, а затраты труда  $L$  — стоимостью, временем или численностью. Функции с содержательно измеренными переменными (1) будем называть заданными в абсолютной форме. Для преодоления вычислительных проблем построения ПФ по производственной статистике также используются производственные функции в индексной форме, то есть аналогичные по структуре функции, но относительно индексов соответствующих показателей, то есть отношений значений переменных ( $Y, K, L$ ) к их базовым величинам ( $Y_0, K_0, L_0$ ):

$$v = \frac{Y}{Y_0}, \quad \kappa = \frac{K}{K_0}, \quad \lambda = \frac{L}{L_0}. \quad (2)$$

Индексная функция  $F(\kappa, \lambda; \omega)$  связана с абсолютной  $F(K, L; w)$  равенством  $F(K, L; w) = Y_0 F(\kappa, \lambda; \omega)$ . Связь параметров абсолютной и индексной форм  $w$  и  $\omega$  устанавливается структурным анализом этого равенства для конкретных классов функций. В [6] индексная форма исследована в связи с критикой метода ПФ относительно «некорректности», с точки зрения

некоторых авторов (в частности, автора [1]), использования абсолютной формы (1).

В соответствии с современными представлениями о рациональности производства, производственная функция  $F(K, L)$  должна быть монотонно возрастающей и квазивогнутой в экономической области пространства факторов  $\{K, L\}$ . Квазивогнутость функции  $F(K, L)$  означает, что верхние множества ее уровней  $\{K \geq 0, L \geq 0 : F(K, L) \geq c\}$  должны быть выпуклыми множествами пространства факторов.

Производственная функция в абсолютной форме  $F(K, L)$  позволяет вычислять принципиально наблюдаемые характеристики производства [6, 8]: средние эффективности факторов  $Y/K$  и  $Y/L$ , предельные эффективности  $\partial F(K, L) / \partial K$  и  $\partial F(K, L) / \partial L$ , их отношения — факторные эластичности

$$\begin{aligned} \varepsilon_K &= \frac{\partial F(K, L)}{\partial K} \cdot \frac{Y}{K} \equiv \frac{\partial \ln F(K, L)}{\partial \ln K}, \\ \varepsilon_L &= \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} \cdot \frac{Y}{L} \equiv \frac{\partial \ln F(K, L)}{\partial \ln L}. \end{aligned} \quad (3)$$

Сумма факторных эластичностей  $\mu_{KL} = \varepsilon_K + \varepsilon_L$  является эластичностью производства по масштабу.

На языке процентов факторные эластичности показывают, на сколько процентов (примерно) увеличится выпуск, если использование соответствующего фактора возрастет на 1%. Эластичность производства показывает, что при росте всех факторов на 1% выпуск возрастет примерно на  $\mu_{KL}$  %.

Производственная функция также позволяет вычислять более глубокие характеристики процесса замещения факторов, при котором сохраняется уровень выпуска:

— предельную норму замещения (ПНЗ) труда капиталом

$$S_{LK}(K, L) \equiv \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} \cdot \frac{\partial F(K, L)}{\partial K} = -\frac{dK}{dL}; \quad (4)$$

— эластичность замещения труда капиталом

$$\begin{aligned} \sigma_{LK}(K, L) &= \frac{d(K/L)}{K/L} \cdot \frac{dS_{LK}}{S_{LK}} = \frac{d \ln(K/L)}{d \ln S_{LK}}, \\ F(K, L) &= \text{const}. \end{aligned} \quad (5)$$

Величина ПНЗ (4) показывает, на сколько процентов нужно увеличить или уменьшить использование капитала  $K$  при уменьшении или увеличении используемого труда  $L$  на 1%. Эластичность замещения (5) представляет связь фондовооруженности  $K/L$  с предельной нормой замещения, показывая на сколько про-

центов изменяется фондовооруженность при изменении ПНЗ на 1 %.

Неявными характеристиками ПФ, которые могут дополнить анализ адекватности ПФ реальным объектам, являются функции факторного спроса, предложения, прибыли и издержек, определяемые задачами рационального производства — максимизации прибыли или минимизации издержек [8, 14].

Далее используются капитальные ПФ (1) следующих классов.

1. Функция Кобба — Дугласа (КД):

$$AK^\alpha L^\beta \quad (6)$$

с ограничениями на параметры  $w = (A, \alpha, \beta) > 0$ . Эта функция положительно однородная степени  $\mu = \alpha + \beta$ , представляющей также эластичность относительно масштаба затрат. Известно [8, 14], что степени  $\alpha$  и  $\beta$  представляют факторные эластичности производства (3), и эластичность замещения (5) равна  $\sigma = 1$ . Эти показатели не зависят от количеств используемых факторов, и функции КД можно называть функциями постоянных факторных эластичностей.

2. Функция постоянной эластичности замещения (ПЭЗ)

$$A(vK^{-\rho} + (1-v)L^{-\rho})^{-1/\rho} \quad (7)$$

с ограничениями  $(A, \mu) > 0, -1 \leq \rho \neq 0, 0 < v < 1$ . Эта функция положительно однородная степени  $\mu$  (эластичность производства). Ее эластичность замещения не зависит от количеств используемых факторов и равна  $\sigma = 1 / (1 + \rho)$ . В пределе  $\rho \rightarrow 0$  функция ПЭЗ (7) переходит в функцию КД (6).

3. Функция Солоу:

$$A(vK^\alpha + (1-v)L^\beta)^\gamma, \quad 0 < v < 1. \quad (8)$$

Общего вида ограничения на параметры функции Солоу, обеспечивающие ее возрастание и квазивогнутость, неизвестны. При практической оценке параметров функции (8) эти свойства следует контролировать, строя изо-кванты. Эта функция также неоднородная. При  $\alpha = \beta \leq 1$  эта функция относится к классу ПЭЗ (7), где  $\rho = -\alpha, \mu = \alpha\gamma$ .

Последовательность приведенных и других функций полезно использовать в процедуре поэтапного усложнения класса функций при их построении по производственной статистике, передавая значения оцененных параметров для формирования начального приближения параметров более сложного класса [5, 9].

Если ограничиться индексной формой ПФ, как в работе [1], то из приведенных характеристик можно определять только постоянные

факторные эластичности (3), используя функцию КД (6), а также эластичность замещения (5) и эластичность по масштабу  $\mu$ , используя функцию ПЭЗ (7).

## 2. Задача построения ПФ с реконструкцией эффективных фондов

Статистика производственных секторов и регионов последних лет обычно содержит данные о выпуске  $Y_t$ , о выделенных (отчетных) производственных инвестициях  $I_t$  и о затратах труда  $L_t$ :

$$\{Y_t, I_t, L_t : t = \overline{0, T}\}. \quad (9)$$

В упомянутых выше работах [1, 11] и работах других авторов введены инвестиционные функции, где вместо капитала  $K$  используются инвестиции  $I$  или соответствующие индексы:

$$Y = F(I, L; w). \quad (10)$$

Ввиду неучета процесса накопления и амортизации капитала трудно ожидать достаточной адекватности инвестиционных ПФ (10) экономической реальности, поэтому далее они не рассматриваются в качестве инструмента экономического анализа.

В общем случае для освоения фактических инвестиций требуется время, и их капитализация происходит за несколько периодов наблюдений. Будем считать, что прирост капитала определяется фактическими инвестициями текущего и предыдущего периодов в некоторой пропорции. Этого достаточно для описания динамики капитала при отсутствии существенного капитального строительства. Долю фактических инвестиций, освоенных в текущем периоде, обозначим  $\xi \in [0, 1]$ . Накопленный капитал подвержен амортизации. Примем обычное упрощающее предположение о постоянстве нормы амортизации, обозначив ее  $m$ .

Для учета фактора присвоения инвестиций и его экспертной оценки введем коэффициент реализуемости инвестиций  $r \in (0, 1]$ , представляющий долю реального использования инвестиций  $I_t$ , выделенных для восстановления и развития фондов. Соответственно, реальные инвестиции представляются величиной  $rI_t$ , и часть  $(1-r)I_t$  присваивается коррупционерами и недобросовестными исполнителями работ. При сделанных предположениях уравнение динамики ЭФ имеет вид:

$$K_t = (1-m)K_{t-1} + r[\xi I_t + (1-\xi)I_{t-1}], \quad t = \overline{1, T}. \quad (11)$$

Для определения величин  $\{K_1, \dots, K_T\}$  следует задать начальное значение эффективного ка-

питала  $K_0$ . Теперь динамика капитала определяется, кроме известных на промежутке наблюдения значений формальных инвестиций  $\{I_0, \dots, I_T\}$ , также неизвестными — начальным капиталом  $K_0$ , нормой амортизации  $m$  и коэффициентами реализуемости инвестиций  $r$  и их освоения —  $\xi$ . Соответственно, значения  $\{K_1, \dots, K_T\}$  являются функциями новых параметров  $(K_0, m, r, \xi)$ , и список оцениваемых параметров расширяется до вектора:

$$z = (w_1, \dots, w_p, K_0, m, r, \xi). \quad (12)$$

Введем функцию квадратичной невязки системы приближенных равенств статистических и расчетных значений выпусков  $Y_t \approx F(K_t, L_t; w)$  на данных (9) и моделируемых значениях показателей эффективных фондов (11):

$$\varphi(z) = \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T [Y_t - F(K_t, L_t; w)]^2. \quad (13)$$

Задача оценивания параметров  $w$  капитальной ПФ (1) и динамики эффективного капитала (11) по данным (9) заключается в минимизации функционала (13) при условии (11) и ограничениях на параметры (12):

$$w \in W, K_0 > 0, 0 < m \leq 1, 0 < r \leq 1, 0 \leq \xi \leq 1. \quad (14)$$

Далее эту задачу будем называть задачей комплексного оценивания экономической динамики.

Расширение списка параметров модели динамики фондов (11) усложняет задачу, но делает ее более адекватной проблеме моделирования производства и позволяет оценить реально используемый капитал (эффективные фонды)  $\{K_1, \dots, K_T\}$  с учетом новых факторов<sup>1</sup>.

Оценки параметров  $K_0, m, r, \xi$ , а также соответствующие им значения капитала  $\{K_1, \dots, K_T\}$ , будут зависеть от выбора класса параметризации  $F(K, L; w)$ . Окончательный класс функций будет определяться достигнутым наилучшим качеством аппроксимации равенства (1) на данных (9).

Легко увидеть, что восстанавливаемые значения капитала (11) при  $m = r = \xi = 1$  принимают значения инвестиций  $I_t$  и капитальная функция (1) совпадает на статистических данных (9) с инвестиционной функцией (10). Это значит, что капитальная и инвестиционная функции идентичны, если введенные фонды работают один период ( $m = 1$ ), коррупция отсутствует

( $r = 1$ ) и инвестиции осваиваются за один период ( $\xi = 1$ ). Соответственно, задача построения инвестиционной ПФ (10) по данным (9) — это частный случай новой задачи комплексного оценивания экономической динамики.

Ввиду нелинейности задачи комплексного оценивания и типичной «малости» количества наблюдений производственных объектов в рамках стационарной теории набор стандартных эконометрических критериев качества построения ПФ невелик. Основным критерием мы считаем МНК-меру аппроксимации наблюдаемых выпусков  $\{Y_t\}$  модельными выпусками  $\{F(K_t, L_t; w)\}$ , то есть функционал (13). В качестве дополнительных статистических критериев мы используем коэффициент детерминации  $R^2$  и критерий Дарбина — Уотсона выявления автокорреляции остатков регрессии  $r_t = Y_t - F(K_t, L_t; w)$ , соответствующих оцененным параметрам  $w$ . Согласно этому критерию [7, с. 187-188] требуется вычислить величину

$$DW = \sum_{t=2}^T (r_t - r_{t-1})^2 / \sum_{t=1}^T r_t^2.$$

Возможные значения коэффициента DW находятся в интервале от 0 до 4. Если автокорреляция остатков отсутствует, то  $DW \approx 2$ .

Описанная задача комплексного оценивания параметров капитальной производственной функции (1) и динамики ЭФ (11) является сильно нелинейной и может оказаться вычислительно плохо обусловленной даже для простейшего класса функций Кобба — Дугласа. При этом практически одинаковый уровень минимальной невязки  $\varphi(z)$  может достигаться при различных сочетаниях набора параметров (12). Здесь ограничимся указанием на целесообразность (или необходимость) перехода к индексным переменным (2). При этом уравнение динамики (11) делится на величину  $K_0$  (оцениваемый параметр задачи) и вводятся индексы инвестиций — доли годовых инвестиций относительно начальной оценки производственных фондов  $I/K_0$ . Индексные переменные  $\{k, \lambda, v\}$ , в отличие от абсолютных  $\{K, L, Y\}$ , имеют одинаковый порядок значений (около единицы), что существенно облегчает поиск минимума функционала (13) при условиях (11) и (14). При этом, как и в работе [5], успех решения этой сильно нелинейной задачи достигается благодаря специальной модификации метода продолжения (*continuation method*) (§ 11.3 в [15]).

Для регуляризации задачи комплексного оценивания параметров ПФ и динамики фондов необходимо привлечение экспертной информации об экономически содержательных

<sup>1</sup> Подобная задача комплексной оценки параметров ПФ и параметров динамики фондов упоминается в [13]. В этой работе основной проблемой является моделирование нестационарного процесса амортизации фондов на однотипных предприятиях методом панельных данных.

параметрах — начальных эффективных фондах  $K_0$ , амортизации  $m$ , коэффициенте реализуемости инвестиций  $r$ , параметре освоения инвестиций  $\xi$ . Экспертные значения этих параметров ( $K_0^{\text{exp}}, m_{\text{exp}}, r_{\text{exp}}, \xi_{\text{exp}}$ ) могут уточняться при решении задачи.

### 3. Анализ экономик Поволжского и Уральского федеральных округов

Изложенный метод построения капитальных ПФ с оценкой эффективных фондов по информации об инвестициях применен для данных относительно экономик Приволжского и Уральского федеральных округов (ПФО и УФО) за период 2000–2012 гг. из статистических сборников «Регионы России: Социально-экономические показатели» (за 2010–2014 гг.), доступных на сайтах федеральной службы государственной статистики. В ПФО проживает около 30 млн чел., и в УрФО — около 12 млн.

Однако они соизмеримы по значениям валового регионального продукта (ВРП). Это объясняется тем, что Уральский округ включает основные нефтегазовые провинции России (Тюменская и Ханты-Мансийская), и это с учетом нефтегазовой ренты, резко увеличившейся на данном периоде в силу внешней конъюнктуры, предопределило высокую стоимость его ВРП и другие экономические преимущества.

В таблице 1 представлена статистика годовых показателей для ПФО и УФО: ВРП  $Y_t$  (за год  $t$ ), основные фонды по полной учетной стоимости  $K_t^f$  (на конец года  $t$ ), инвестиции в основные фонды  $I_t$ , ввод новых основных фондов  $K_t^v$  (все в млрд руб.), коэффициенты износа  $\mu_t$  основных фондов, остаточная балансовая стоимость фондов  $K_t^b$ , численность работников в среднем за год по данным выборочных обследований населения по проблемам занятости  $L_t$  (тыс. чел.), производственное потребление

Таблица 1

Исходные данные, балансовая стоимость фондов и производственное потребление электроэнергии

Год $t$	$Y_t$	$K_t^f$	$I_t$	$K_t^v$	$\mu_t$	$K_t^b$	$L_t$	$E_t$
ПФО								
2000	1037	3570	207	—	0,466	1907	14243	133820
2001	1293	4255	268	—	0,473	2242	14225	134929
2002	1483	5137	295	—	0,526	2435	14457	136223
2003	1808	6047	351	—	0,486	3108	14280	137808
2004	2285	6439	464	322	0,482	3335	14378	139376
2005	2799	7462	609	437	0,494	3776	14537	138823
2006	3513	8457	784	548	0,502	4211	14734	146792
2007	4330	10204	1148	697	0,495	5153	14888	158671
2008	5324	11864	1485	888	0,495	5991	14835	156292
2009	4923	13203	1279	917	0,505	6535	14531	140534
2010	5709	14793	1437	966	0,521	7086	14664	143535
2011	6988	17166	1703	1255	0,527	8120	14801	151642
2012	7911	17907	2013	1311	0,531	8398	14883	155343
УФО								
2000	866	2495	251	—	0,407	1481	5720	106132
2001	1121	3845	331	—	0,458	2085	5642	108444
2002	1336	5070	383	—	0,481	2633	5734	108456
2003	1659	5812	446	—	0,476	3048	5975	115231
2004	2235	6267	534	367	0,481	3250	5939	122387
2005	3091	7936	593	476	0,492	4028	6019	129491
2006	3721	9209	801	531	0,510	4511	6037	142396
2007	4236	10955	1113	737	0,522	5232	6123	145186
2008	4816	13270	1483	978	0,524	6314	6222	152048
2009	4360	14527	1338	1001	0,521	6952	5988	145375
2010	5119	16840	1493	1200	0,528	7947	6005	154953
2011	6270	19435	1838	1655	0,563	8485	6102	157260
2012	7091	22295	2038	1887	0,534	10389	6159	158225

Источник: Данные Федеральной службы государственной статистики — [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/) (дата обращения: 09.02.2015); сборники «Регионы России» за 2010–2014 гг.; <http://cbsd.gks.ru/#> (дата обращения: 09.02.2015).

энергии  $E_t$  (млн кВт·час). Из этих показателей балансовая стоимость фондов рассчитана по формуле  $K_t^b = (1 - \mu_t) K_t^f$ , и производственное потребление энергии определено как разность статистических показателей «общее потребление электроэнергии» и «потребление электроэнергии населением и потери электроэнергии в электросетях».

Анализ таблицы 1 показывает, что экономика ПФО превосходила экономику УФО по показателю ВРП в 2000 г. на 19,7 % и к 2012 г. на 11,5 %. При этом отношение стоимостей балансовых фондов Поволжья и Урала было в 2000 г. 1,28 и в 2012 г. 0,81, то есть в УрФО наблюдался опережающий рост балансовых фондов. Более высокие значения ВРП в ПФО соответствуют существенно большим затратам труда, которые на всем периоде в Поволжье превосходили затраты в Уральском округе примерно в 2,5 раза, что соответствует численности их населения. Опережающий рост фондов в Уральском округе объясняется большими инвестициями в основные фонды.

Однако табличная динамика балансовых фондов (столбец  $K_t^b$ ) плохо согласуется с динамикой ввода фондов (столбец  $K_t^v$ ). Если вычислить значения годовых приростов  $K_{t+1}^b - K_t^b$ , то они будут существенно (не объясняется инфляцией и амортизацией) и нерегулярно (то больше, то меньше) отличаться от показателей ввода фондов  $K_t^v$ . Это подтверждает несовершенство (быть может, неустранимое) показателя балансовых фондов, отмечавшееся авторами [6, 7, 8, 9, 10].

Данные таблицы 1 также показывают существенно меньшие значения ввода новых фондов по сравнению с инвестициями в фонды для обоих регионов. Учитывая, что производственные инвестиции в России в основном сводятся к закупке зарубежного оборудования и строительству дорог, можно пренебречь лагом освоения и дать некоторую оценку параметра реализации инвестиций  $r$ , сравнив суммарные значения инвестиций и введенных фондов на одинаковом периоде 2004–2012 гг. Для Поволжья получаем значение  $r = 7341 : 10922 = 0,672$ , и для Уральского округа  $r = 8832 : 11231 = 0,786$ . Это демонстрирует более высокий относительный уровень коррупции в менее богатом сырьевыми ресурсами ПФО.

Таким образом, непосредственный анализ данных об экономиках Поволжья и Урала демонстрирует качественное превосходство уральской экономики. Это, конечно, объясняется тем, что либеральная интеграция Российской экономики в мировой рынок

при намного больших, чем у лидеров мирового рынка, климатических и транспортных издержках, а также небывало высокая рентабельная прибыль на сырьевом экспорте в рассматриваемом периоде предопределили депрессию аграрных и перерабатывающих экономик, к которым в большей степени относится Поволжье, и, напротив, экстенсивное развитие сырьевых экономик, к которым в основном относится Урал, после деиндустриализации 90-х гг. Все это является демонстрацией так называемой голландской болезни, то есть депрессией основной части отраслей материального производства и сельского хозяйства при сверхвысоких прибылях добычи нефтегазовых ресурсов, что (сверхвысокие прибыли) имело место в России до середины 2014 г.

Построение производственных функций в абсолютной форме на основе данных таблицы 1 позволяет углубить анализ данных экономик. Производственные функции определяют содержательные характеристики производства, приведенные в первом разделе: средние и предельные производительности факторов, факторные эластичности (3), предельную норму замещения факторов (4) и эластичность замещения (5).

Мы используем два типа двухфакторных ПФ с факторами «капитал-труд»  $F(K, L; w)$  и «капитал-энергия»  $F(K, E; w)$ . Последние отличаются заменой фактора  $L$  на производственное потребление энергии  $E$ , и использованием вместо статистики (9) статистики  $\{Y_t, I_t, E_t\}$ . Это, помимо расширения набора исследуемых факторов, позволяет повысить объективность основной проблемы данной статьи — оценки эффективных производственных фондов.

Для построения ПФ нашим методом необходимо привести стоимостные показатели таблицы 1 — ВРП  $Y_t$  и инвестиций  $I_t$  — к единым ценам. В таблице 2 представлены данные о годовых индексах показателей  $Y_t, I_t$  и их значения в ценах 2000 г. (млрд руб.).

Задача комплексного оценивания полного набора параметров (12) является плохо обусловленной, поэтому мы закрепили экономические параметры ( $m, r, \xi$ ), придав им условно-экспертные значения. Об амортизации основных фондов имеются общероссийские данные о годовых значениях с 2005 г. до 2012 г., причем коэффициенты амортизации в основном возрастают на этом промежутке от значения  $m_{2005} = 0,047$  до  $m_{2012} = 0,065$ <sup>1</sup>. Эти данные

<sup>1</sup> По данным [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/enterprise/fund/](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/enterprise/fund/) (дата обращения:

Таблица 2

## Годовые индексы и значения в ценах 2000 г. ВРП и инвестиций

Год $t$	ПФО				УрФО			
	$Y_t / Y_{t-1}$	$Y_t$	$I_t / I_{t-1}$	$I_t$	$Y_t / Y_{t-1}$	$Y_t$	$I_t / I_{t-1}$	$I_t$
2000	—	1037	—	207	—	866	—	251
2001	1,069	1108	1,137	235	1,089	943	1,202	301
2002	1,026	1137	0,992	233	1,042	983	1,019	307
2003	1,069	1216	1,042	243	1,084	1065	1,054	324
2004	1,058	1286	1,138	277	1,067	1137	1,057	342
2005	1,045	1344	1,147	317	1,102	1253	0,947	324
2006	1,079	1450	1,147	364	1,075	1347	1,198	388
2007	1,091	1582	1,261	459	1,055	1421	1,210	470
2008	1,052	1664	1,079	495	1,034	1469	1,116	524
2009	0,925	1540	0,835	413	0,920	1352	0,896	470
2010	1,055	1624	1,081	447	1,068	1443	1,091	512
2011	1,068	1735	1,101	492	1,046	1510	1,142	585
2012	1,041	1806	1,095	539	1,015	1532	1,064	623
2012 / 2000	—	1,74	—	2,57	—	1,77	—	2,45

Источник: данные Федеральной службы государственной статистики — [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/) (дата обращения: 09.02.2015), и сборников «Регионы России» за 2010–2014 гг.

могут приниматься в качестве ориентиров для экспертной оценки параметра  $m$  для исследуемых объектов. Учитывая более высокие показатели развития экономики Урала, мы назначили коэффициенты амортизации для ПФО  $m = 0,055$  и для УрФО  $m = 0,075$ .

Приведенные выше оценки коэффициентов реализации инвестиций — для Поволжья  $r = 0,67$  и для Урала  $r = 0,79$  — приводят к слишком большому (в несколько раз) превышению конечных значений эффективных фондов  $K_T$  относительно их начальной оценки  $K_0$ , что не соответствует реальности. Эти коэффициенты были подобраны вариантными расчетами так, чтобы приближенно обеспечить заданные значения соотношений  $K_T / K_0$ . Для ПФО это отношение определено (условно) в 1,7 (рост на 70 %) и для УрФО, с учетом больших инвестиций и их меньшего «исчезновения», — в 2,4 (рост на 140 %). Эти условия были примерно обеспечены коэффициентами реализуемости инвестиций  $r = 0,4$  для Поволжья, и  $r = 0,45$  для Урала. Коэффициент временного освоения принят для обоих округов равным  $\xi = 0,9$ , что соответствует низкому уровню капитального строительства.

Как отмечено, задача решалась в двух вариантах моделирования производственными функциями: капитално-трудовыми (ПФКТ)  $F(K, L; w)$  и капитално-энергетическими (ПФКЭ)  $F(K, E; w)$  классов КД (6), ПЭЗ (7), Солоу (8). Все расчеты реализованы в программной системе «Mathematica».

При этом данные таблиц 1, 2, используемые в вычислениях, приведены к большим масштабам: ВПР ( $Y_t$ ) и инвестиции ( $I_t$ ) — в трлн руб., численность работников ( $L_t$ ) — в мл чел., энергия ( $E_t$ ) — в млрд кВт·ч.

В обоих случаях вычислительная сложность нелинейных и плохо обусловленных задач оценивания параметров функций ПЭЗ и Солоу снижается последовательным переходом от функции КД к функции ПЭЗ и затем к функции Солоу. При этом просто оцененные параметры функции КД ( $A, \alpha, \beta$ ) (решение системы трех линейных уравнений) определяют хорошее начальное приближение нелинейной задачи оценивания параметров ПЭЗ:  $A^0 = A, \mu^0 = \alpha + \beta, v^0 = \alpha / \mu^0, \rho^0$  — малое ненулевое число. Полученные оценки параметров ПЭЗ ( $A, \mu, v, p$ ) определяют хорошее начальное приближение параметров Солоу:  $A^0 = A, \alpha^0 = \beta^0 = -\rho, \gamma^0 = -\mu/\rho$ .

Во всех случаях удалось получить устойчивые оценки параметров функций наиболее гибкого класса Солоу, при которых достигнута наилучшая аппроксимация статистических значений ВРП  $\{Y_t\}$  (таблица 2) расчетными значениями функций  $\{F(K, L; w)\}$  и  $\{F(K, E; w)\}$  относительно показателя невязки (13).

Для ПФО в варианте ПФКТ достигнуты значения критериев  $\varphi(z) = 0,0017, R^2 = 0,97, DW = 1,4$  и построена производственная функция

$$Y = 6,79 \cdot 10^{-6} \left( 0,114K^{0,00295} + 0,885 \cdot L^{0,00298} \right)^{-1698}. \quad (15)$$

Оценка начального эффективного капитала в этом варианте  $K_0 = 1,141$  трлн руб.

Таблица 3

## Показатели экономики ПФО

ПФКТ	2000	2012	прирост, %	ПФКЭ	2000	2012	прирост %
$Y/K$	0,909	0,909	0,0	$Y/K$	0,942	0,918	-2,5
$Y/L$	0,073	0,121	65,8	$Y/E$	0,008	0,012	50,0
$\partial Y/\partial K$	0,558	0,537	-3,8	$\partial Y/\partial K$	0,632	0,593	-6,2
$\partial Y/\partial L$	0,348	0,558	60,3	$\partial Y/\partial E$	0,009	0,012	33,3
$\varepsilon_K$	0,614	0,591	-3,7	$\varepsilon_K$	0,671	0,646	-3,7
$\varepsilon_L$	4,775	4,599	-3,7	$\varepsilon_E$	1,103	1,062	-3,7
$\mu_{KL}$	5,389	5,190	-3,7	$\mu_{KE}$	1,774	1,708	-3,7
$S_{LK}$	0,623	1,039	66,8	$S_{EK}$	0,014	0,021	50,0
$\sigma$	0,997	0,997	0	$\sigma$	0,999	0,999	0

Таблица 4

## Расхождения показателей ПФО (%)

Год	Показатель		
	$Y/K$	$\partial Y/\partial K$	$\varepsilon_K$
2000	3,6	12,4	8,9
2012	1,0	9,9	8,9

В варианте ПФКЭ для ПФО достигнуты критерии  $\varphi(z) = 0,0016$ ,  $R^2 = 0,97$ ,  $DW = 0,61$  и построена производственная функция

$$Y = 0,00675 \left( 0,382K^{-0,000864} + 0,617E^{-0,000882} \right)^{-1890}. \quad (16)$$

Оценка начального эффективного капитала  $K_0 = 1,101$  трлн руб.

При решении задач комплексного оценивания параметров ПФ и начального эффективного капитала  $K_0$  по уравнениям динамики фондов (11) вычисляются и последующие значения ЭФ  $\{K_1, \dots, K_T\}$ . Полученные оценки эффективных фондов ПФО (в млрд руб.) приведены вместе с оценками ЭФ для УФО в табл. 7.

Согласно критерию Дарбина — Уотсона функция типа ПФКТ более соответствует предположению независимости остатков регрессии  $\{r_t\}$ . Отметим, что в обоих случаях оценки параметров для каждой функции  $\alpha$  и  $\beta$  очень близки. Это значит, что построенные функции Солоу подобны функциям ПЭЗ с параметрами  $\rho = -(\alpha + \beta) / 2$  и  $\mu = -\gamma\rho$ .

Для оценки точности моделирования представляет интерес анализ расхождений однотипных показателей моделей ПФКТ и ПФКЭ. Из приведенных параметров это начальный эффективный капитал  $K_0$ , для которого получены значения (млрд руб.) 1141 и 1101. Определим относительное расхождение этого показателя как отношение абсолютных значений их разностей и среднеарифметических<sup>1</sup>. В процентном выражении расхождение значений 1141 и 1101 равно 3,6 %.

По функциям (15) и (16) с использованием оценок ЭФ (табл. 7), переведенных в трлн руб., вычислены показатели экономики Поволжья для начального (2000 г.) и конечного (2012 г.) периодов. Они приведены в таблице 3.

В этой таблице имеются однотипные показатели, полученные двумя способами — ПФКТ и ПФКЭ. Это средняя  $Y/K$  и предельная  $\partial Y/\partial K$  фондоотдачи, а также фондовая эластичность выпуска  $\varepsilon_K$  для граничных периодов. Соответствующие расхождения сведены в таблицу 4. Наибольшее расхождение — 12,4 % — проявилось в оценке предельной фондоотдачи в 2000 г. Эта величина дает представление о точности и других оценок.

Приведенные характеристики показывают небольшое снижение средней и предельной фондоотдачи, заметный рост средней и предельной производительности труда и энергоотдачи. Факторные и масштабные эластичности несколько снизились, а предельные нормы замещения труда и энергии капиталом существенно выросли. Эластичность по масштабу использования факторов ( $K, L$ ), то есть  $\mu_{KL}$ , существенно превосходит масштабную эластичность факторов ( $K, E$ ), то есть  $\mu_{KE}$ .

Почти совпадения степенных параметров  $\alpha$  и  $\beta$  в обоих случаях говорят о почти постоянстве соответствующих эластичностей замещения, близких к единице, что соответствует функции КД. Однако использование более гибкой неоднородной функции Солоу уточняет и выявляет динамику факторных эластичностей  $\varepsilon_K, \varepsilon_L, \varepsilon_E$  и эластичностей производства  $\mu_{KL}$  и  $\mu_{KE}$ .

Для УрФО лучшие значения по показателям невязки  $\varphi(z)$ , коэффициентов  $R^2$  и  $DW$  получены в обоих вариантах также для функции Солоу. В первом варианте ПФКТ достигнуты значения критериев  $\varphi(z) = 0,0020$ ,  $R^2 = 0,96$ ,  $DW = 1,39$  и построена производственная функция

<sup>1</sup> Для двух значений  $A_1$  и  $A_2$  это величина  $\delta(\%) = 200|A_1 - A_2| / (A_1 + A_2)$ .

Таблица 5

## Показатели экономики УФО

ПФКТ	2000	2012	прирост %	ПФКЭ	2000	2012	прирост %
$Y/K$	1,099	0,777	-29,3	$Y/K$	1,005	0,766	-23,8
$Y/L$	0,151	0,249	64,9	$Y/E$	0,008	0,010	25,0
$\partial Y/\partial K$	0,436	0,306	-29,8	$\partial Y/\partial K$	0,123	0,088	-28,5
$\partial Y/\partial L$	0,475	0,779	64,0	$\partial Y/\partial E$	0,009	0,010	11,1
$\varepsilon_K$	0,397	0,394	-0,8	$\varepsilon_K$	0,123	0,115	-6,5
$\varepsilon_L$	3,141	3,131	-0,3	$\varepsilon_E$	1,102	1,028	-6,7
$\mu_{KL}$	3,538	3,525	-0,4	$\mu_{KE}$	1,225	1,143	-6,7
$S_{LK}$	1,090	2,541	133,1	$S_{EK}$	0,073	0,113	54,8
$\sigma$	0,996	0,996	0	$\sigma$	1,005	1,005	0

$$Y = 0,0054(0,111K^{-0,00366} + 0,888L^{-0,00366})^{-919} \quad (17)$$

Оценка начального эффективного капитала в этом варианте  $K_0 = 0,788$  трлн руб.

В варианте ПФКЭ для УФО достигнуты критерии  $\varphi(z) = 0,0015$ ,  $R^2 = 0,97$ ,  $DW = 0,73$  и построена производственная функция

$$Y = 0,00835(0,106K^{0,00459} + 0,894E^{0,00478})^{237} \quad (18)$$

Оценка начального эффективного капитала  $K_0 = 0,862$  трлн руб. Расхождение начальных значений этого показателя вариантов ПФКТ (788) и ПФКЭ (862) равно 9,0 %.

Полученные оценки эффективных фондов УрФО  $\{K_1, \dots, K_T\}$  (в млрд руб.) приведены вместе с оценками ЭФ для ПФО в таблице 7. Показатели экономики УрФО для начального (2000 г.) и конечного (2012 г.) периодов приведены в таблице 5.

Расхождения соответствующих показателей таблицы 5 сведены в таблицу 6. Здесь точность

Таблица 6  
Расхождения показателей УрФО (%)

Год	Показатель		
	$Y/K$	$\partial Y/\partial K$	$\varepsilon_K$
2000	8,9	112,0	105,4
2012	1,4	110,7	109,6

оценивания предельной фондоотдачи и фондовой эластичности выпуска заметно хуже, чем аналогичные показатели для ПФО (таблица 4).

Характер изменений экономических показателей в УрФО в целом повторяет характер их изменения в ПФО (табл. 3). Однако здесь существенно большее снижение средней и предельной фондоотдач (более 20 %) и вдвое больший рост предельной нормы замещения труда капиталом (133,1 % против 66,8 % в Поволжье). Это объясняется существенно более высокой производительностью труда в УрФО (примерно вдвое выше по среднему показателю  $Y/L$ ) и за-

Таблица 7

## Эффективные фонды (млрд руб.)

Год	ПФО				УрФО			
	(K, L)	(K, E)	$\delta$ (%)	$\bar{K}$	(K, L)	(K, E)	$\delta$ (%)	$\bar{K}$
2000	1141	1101	3,6	1121	788	862	9,0	825
2001	1171	1133	3,3	1152	862	931	7,7	896
2002	1200	1164	3,0	1182	935	999	6,6	967
2003	1230	1197	2,7	1213	1010	1069	5,7	1039
2004	1272	1241	2,5	1256	1087	1142	4,9	1114
2005	1327	1298	2,2	1312	1152	1203	4,3	1177
2006	1398	1370	2,0	1384	1238	1284	3,6	1261
2007	1501	1475	1,7	1488	1353	1396	3,1	1374
2008	1615	1590	1,6	1602	1485	1524	2,6	1504
2009	1695	1671	1,4	1683	1587	1624	2,3	1605
2010	1779	1757	1,2	1768	1697	1731	2,0	1714
2011	1876	1855	1,1	1865	1829	1861	1,7	1845
2012	1987	1967	1,0	1977	1971	2000	1,5	1985
Рост, %	74	79	—	76	150	132	—	141

метным снижением фондоотдачи. Более высокая производительность труда в УрФО объясняется более высокими показателями фондовооруженности и энерговооруженности труда. Так, в 2012 г. для УрФО фондовооруженность  $\bar{K}/L$  была 322 тыс. рублей на работника и энерговооруженность  $E/L$  была 25,7 тыс. кВт-час на работника. Эти показатели для ПФО были, соответственно, 133 тыс. руб. и 10,4 тыс. кВт-час.

Сравнение показателей экономик ПФО и УрФО выявляет также существенное различие эффективности альтернативных (относительно моделей) факторов. Для обеих экономик средние и предельные производительности труда, а также эластичность выпуска по труду  $\varepsilon_L$ , выявляемые моделью ПФКТ, существенно превосходят соответствующие показатели для энергии, выявляемые моделью ПФКЭ. При этом отдача от масштаба  $\mu_{KL}$  в ПФО примерно равна 5, а в УрФО превосходит 3, а отдача от масштаба  $\mu_{KE}$  в ПФО меньше двух, а в УрФО немногим больше единицы. Эта разница говорит о существенно большей значимости для экономик Поволжья и Урала фактора «труд» относительно фактора «энергия».

В таблице 7 приведены оценки ЭФ Поволжья и Урала (млрд руб.), полученные в двух вариантах факторов производства — «капитал-труд» ( $K, L$ ) и «капитал-энергия» ( $K, E$ ). Здесь также приведены значения  $\delta$  расхождений (в процентах) этих показателей, вычисленных аналогично значениям таблиц 4 и 6, а также их средние (компромиссные) значения  $\bar{K}$ . Наибольшее расхождение 9 % можно считать приемлемым для оценки важной, но не оцениваемой калькуляционными методами величины эффективных фондов.

Скорость роста ЭФ Урала на данном периоде (141 %) была существенно выше, чем в Поволжье (76 %). Это соответствовало высокой рентабельности нефтедобычи, определявшейся конъюнктурой мирового рынка, и, как следствие, большим ростом добычи нефти за данный период (общий рост по России от 347 млн т в 2001 г. до 518 млн т 2012 г., то есть на 49 %).

#### 4. Выводы

Мы продемонстрировали новые возможности метода производственных функций в количественном экономическом анализе крупных производственных объектов на примере экономик двух федеральных округов России. Новизна заключается в более адекватном понятии основного производственного фактора — капитала как «эффективного капитала», или

«эффективных фондов», то есть стоимости той части имеющихся производственных фондов, которая реально участвует в выпуске продукции в период наблюдения объекта (сбора производственной информации). Это понятие идеализировано и непосредственно не наблюдаемо (какая часть производственных сооружений активна при неполной загрузке?), но оно естественно для самой концепции производственных функций, основанной на принципе рациональности поведения субъектов экономики (собственников, управленцев, администрации). В нашем представлении количества эффективных фондов формируются из инвестиций на периоде наблюдения объекта с учетом их амортизации и реализуемости, а также оценки начальных ЭФ. Последняя получается при решении задачи комплексной оценки параметров динамической модели формирования эффективных фондов (11).

Получаемые оценки эффективных фондов одновременно с построением региональных ПФ позволяют вычислять основные экономические показатели: среднюю и предельную фондоотдачу, производительность труда, факторные эластичности, предельную норму замещения труда капиталом и эластичность замещения. Отметим, что предельные характеристики и эластичности без построения производственных функций могут только грубо оцениваться и при жестких требованиях к производственной статистике. В свою очередь, капитальные ПФ, как правило, не могут строиться по стандартной производственной информации, представляющей балансовые фонды, часто не отражающие экономическую реальность. Модель комплексной оценки параметров ПФ и динамики фондов по информации об инвестициях в основном преодолевает эту проблему. Эта модель существенно сложнее стандартной методики построения ПФ в идеализированных условиях, когда балансовые фонды, представляемые статистикой, являются эффективными. Здесь требуется дополнительная информация для преодоления плохой обусловленности, типичной для задач идентификации нетривиальных математических моделей реальности. На данном этапе мы вводили условно-экспертную информацию об амортизации капитала и уровне реализуемости отчетных инвестиций. Для повышения адекватности результатов расчетов по предложенному методу требуется привлечение профессиональных экспертов и дальнейшее развитие метода регуляризации нового класса задач экономического анализа. Мы предпола-

гаем посвятить вычислительным проблемам и регуляризации этой задачи специальную статью.

Относительно содержательных результатов анализа экономик ПФО и УрФО следует отметить, что в изменившихся условиях резкого падения (примерно вдвое) цен на нефтегазовые ресурсы они имеют ретроспективный характер и не должны использоваться для прогнозирования. Отмеченные выше преимущества экономики Уральского федерального округа, включающего основные нефтегазовые провинции России, в настоящее время и обозримой перспективе существенно ослаблены. Естественно предположить, что для сохранения высокой экономической значимости и перспективности этого региона России инвестиционная политика должна быть переориентирована на восстановление утраченного в значительной

степени потенциала перерабатывающих и машиностроительных отраслей. Этому, видимо, будет препятствовать стремление фактических собственников наращивать уровень добычи и экспорта подешевевших ресурсов, все еще более рентабельных, чем продукция высокой переработки. Решение соответствующих стратегических проблем выходит за рамки нашего исследования, и мы ограничимся замечанием, что для преодоления известного дефекта рыночной экономики — «близорукости» — будет полезно развитие математических моделей экономической динамики, использующих аппарат производственных функций, основным фактором которых являются эффективные фонды. Такие модели позволят повысить объективность анализа альтернативных вариантов экономической политики.

### Благодарность

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, проект № 12-01-97029. Результаты были представлены на VI Всероссийском симпозиуме по экономической теории. Секция 3.1.

### Список источников

1. Бессонов В. А. Проблемы построения производственных функций в российской переходной экономике // Бессонов В. А., Цухло С. В. Анализ динамики российской переходной экономики. — М.: Институт экономики переходного периода, 2002. — С. 5-89.
2. Бессонов В. А., Воскобойников И. Б. О динамике основных фондов и инвестиций в российской переходной экономике // Экономический журнал ВШЭ. — 2006. — Т. 10. — № 2. — С. 193-228.
3. Воскобойников И. Б. О корректировке динамики основных фондов в российской экономике // Экономический журнал ВШЭ. — 2004. — № 1. — С. 3-20.
4. Воскобойников И. Б., Дрябина Е. В. Историческая статистика основных фондов российской промышленности в 1970-2004 годах // Вопросы статистики. — 2010. — №3. — С. 28-45.
5. Горбунов В. К., Львов А. Г. Построение производственных функций по данным об инвестициях // Экономика и математические методы. — 2012. — Вып. 2. — С. 95-107.
6. Горбунов В. К. О размерностной проблеме в экономике. Производственная функция как псевдо черный ящик // Журнал экономической теории. — 2014. — №1. — С. 199-212.
7. Кейн Э. Экономическая статистика и эконометрия. Вып. 2. — М.: Статистика, 1977.
8. Клейнер Г. Б. Производственные функции. Теория, методы, применение. — М.: Финансы и статистика, 1986. — 239 с.
9. Львов А. Г. Развитие методов построения производственных функций: дисс. ... канд. экон. наук (08.00.13). — Уфа: УГТАУ, 2012. — 109 с.
10. Макаров В. Л., Афанасьев А. А. О разработке имитационной CGE-Модели денежного обращения российской экономики с теневым и коррупционным сектором // Стратегическое планирование и развитие предприятий. Секция 2. Мат-лы пятнадцатого всероссийского симпозиума. Москва, 15-16 апреля 2014 г.; Под ред. чл.-корр. РАН Г. Б. Клейнера. — М.: ЦЭМИ РАН, 2014. — С. 131-133.
11. Сюань Ян. Факторы и стратегии развития малого промышленного бизнеса. На примере России и Китая: автореф. дисс. ... канд. экон. наук. — М.: ЦЭМИ РАН, 2007.
12. Ханин Г. И., Фомин Д. А. Потребление и накопление основного капитала в России. Альтернативная оценка // Проблемы прогнозирования. — 2007. — № 1. — С. 26-51.
13. Doms M. Estimating capital efficiency schedules within production functions // Economic Inquiry. 1996. V. 34. Is. 1. — Pp. 78-92.
14. Hackman S. T. Production Economics: Integrating the Microeconomic and Engineering Perspectives. — Berlin: Springer, 2008. — 520 p.
15. Nocedal J., Wright S. Numerical Optimization. — New York: Springer, 2006. — 664 p.
16. Robinson J. The Production Function and the Theory of Capital // Review of Economic Studies. 1953. V.21 (2). — Pp. 81-106.

### Информация об авторах

**Горбунов Владимир Константинович** — доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, Ульяновский государственный университет (Российская Федерация, 432031, г. Ульяновск, ул. Заречная, 27, кв. 104; e-mail: vkgorbunov@mail.ru).

**Крылов Владимир Павлович** — инженер-исследователь, Ульяновский государственный университет (Российская Федерация, 432017, г. Ульяновск, ул. Л. Толстого, 42; e-mail: kvp88emm@rambler.ru).

For citation: *Ekonomika regiona [Economy of Region]*. — 2015. — №3. — pp. 334-347

**V. K. Gorbunov, V. P. Krylov**

### Region Effective Production Assets and Their Assessment By The Production Function Method

*Effective production assets of region or country are the assets that really commit in production development. According to the neoclassical rationality principle of economic agents, the effective assets have to be considered in the production functions representing the mathematical models of large production facilities (production associations, sectors, economies of regions and countries). Existence of adequate production function allows making the deep economic analysis of facility and solving planning and forecasting problems. However, the researchers have only information on the balance funds, which are often poorly reflecting the real state of economy. The indistinct effective fund concept can be formalized and assessed quantitatively within the method of the production functions (PF) on the basis of V. K. Gorbunov and A. G. Lvov's model (2012) of the standard macroeconomic PF development, one of which factors — the capital according to the statistical information on production investments. Effective funds are estimated together with the PF parameters and the main indicators of fund dynamics: amortization and initial value. In the article, the coefficient of marketability on investment, which is a share of real use of the allocated production investments, is additionally introduced into the dynamic equation. The comprehensive assessment results of the PF parameters and effective funds for economies of the Volga and Ural Federal Districts with use of several classes of two-factorial PF are given. As the second factor, the work and energy consumption are alternatively considered. As the result of development of region PF, the macroeconomic indicators: average and marginal returns of factors, factorial elasticity, marginal rate of factor substitution, elasticity of substitution, are calculated. It increases the quality of the quantitative analysis of regional economies and objectivity of their comparison.*

**Keywords:** regional production functions, production investments, effective fixed assets, analysis of economics

### Acknowledgement

The research has been prepared with the support of the Russian Foundation for Basic Research, the Project No. 12-01-97029. The results have been presented in the VI All-Russian Symposium on the Economic Theory. Section 3.1.

### References

1. Bessonov, V. A. (2002). Problemy postroyeniya proizvodstvennykh funktsiy v rossiyskoy perekhodnoy ekonomike [Problems of production function development in the Russian transition economy]. Bessonov, V. A., Tsukhlo, S. V. *Analiz dinamiki rossiyskoy perekhodnoy ekonomiki [Dynamic analysis of the Russian transition economy]*. Moscow: Institut ekonomiki perekhodnogo perioda Publ. 5-89.
2. Bessonov, V. A. & Voskoboynikov, I.B. (2006). O dinamike osnovnykh fondov investitsiyv rossiyskoy perekhodnoy ekonomike [On dynamics of fixed assets and investments in the Russian transition economy]. *Ekonomicheskii zhurnal VShE [HSE Economic Journal]*, 10, 2, 193-228.
3. Voskoboynikov, I.B. (2004). O korrkektivke dinamiki osnovnykh fondov v rossiyskoy ekonomike [On dynamic correction of fixed assets in the Russian economy]. *Ekonomicheskii zhurnal VShE [HSE Economic Journal]*, 1, 3-20.
4. Voskoboynikov, I. B. & Drabina, Ye. V. (2010). Istoricheskaya statistika osnovnykh fondov rossiyskoy promyshlennosti v 1970-2004 godakh [Historical statistics of fixed assets of the Russian industry in 1970-2004]. *Voprosy statistiki [Questions of statistics]*, 3, 28-45.
5. Gorbunov, V. K. & Lvov, A. G. (2012). Postroyenie proizvodstvennykh funktsiy po dannym ob investitsiyakh [Production function development according to the investment data]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and mathematical methods]*, 2, 95-107.
6. Gorbunov, V.K. (2014). O razmernostnoy probleme v ekonomike: proizvedstvennaya funktsiya kak psevd chyornyy yashchik [On dimensional problem in economics: production function as pseudo black box]. *Zhurnal ekonomicheskoy teorii [Journal of economic theory]*, 1, 199-212.
7. Keyn, E. (1977). *Ekonomicheskaya statistika i ekonometriya [Economic statistics and econometrics]*, 2. Moscow: Statistika Publ.
8. Kleyner, G.B. (1986). *Proizvodstvennyye funktsii. Teoriya, metody, primeneniye [Production functions. Theory, methods, application]*. Moscow: Finansy i statistika [Finances and statistics], 239.
9. Lvov, A. G. (2012). *Razvitie metodov postroyeniya proizvodstvennykh funktsiy: diss. ... kand. ekon. nauk (08.00.13) [Development of methods of production function constructions: published summery of a PhD thesis]*. Ufa: UGATU Publ., 109.
10. Makarov, V. L. & Afanasyeva, A. A. (2014). O razrabotke imitatsionnoy CGE-Modeli denezhnogo obrashcheniya rossiyskoy ekonomiki s tenevym i korruptsionnym sektorom [On development of imitating CGE Model of the Russian economy monetary circulation with shadow and corruption sector]. Strategicheskoye planirovaniye i razvitie predpriyatiy. Sektsiya 2. Mat-ly pyatnadsatogo vserossiyskogo simpoziuma. Moskva, 15-16 aprelya 2014 g. [Strategic planning and development of business. Section 2. Proceedings of 15th All-Russian Symposium. Moscow, 2014, April, 15-16]. Edited by corresponding member of the Russian Academy of Sciences, G. B. Kleyner. Moscow: CEMI RAS Publ., 131-133.

11. Syuan, Yan (2007). *Factory i strategii razvitiya malogo promyshlennogo biznesa. Na primere Rossii i Kitaya: avtoref. diss. ... kand. ekon. nauk [Factors and development strategy of small industrial business. On the example of Russia and China: published summery of a PhD thesis]*. Moscow: CEMI RAS Publ.
12. Khanin, G. I. & Fomin, D. A. (2007). Potreblenie i nakoplenie osnovnogo kapitala v Rossii. Alternativnaya otsenka [Consumption and accumulation of fixed capital in Russia. Alternative assessment]. *Problemy prognozirovaniya [Forecasting problems]*, 1, 26-51.
13. Doms, M. (1996). Estimating capital efficiency schedules within production functions. *Economic Inquiry*, 34(1), 78-92.
14. Hackman, S. T. (2008). *Production Economics: Integrating the Microeconomic and Engineering Perspectives*. Berlin: Springer, 520.
15. Nocedal, J. & Wright, S. (2006). *Numerical Optimization*. New York: Springer, 664.
16. Robinson, J. (1953). The Production Function and the Theory of Capital. *Review of Economic Studies*, 21(2), 81-106.

### **Authors**

**Gorbunov Vladimir Konstantinovich** — Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Senior Research Associate, Ulyanovsk State University (42, L. Tolstogo St., Ulyanovsk, 432017, Russian Federation; e-mail: vkgorbunov@mail.ru).

**Krylov Vladimir Pavlovich** — Research Engineer, Ulyanovsk State University (42, L. Tolstogo St., Ulyanovsk, 432017, Russian Federation; e-mail: kvp88emm@rambler.ru).