

## **МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМИРОВАНИЯ АССОРТИМЕНТА ПРОДУКЦИИ ПРЕДПРИЯТИЯ**

*В статье рассматривается методический подход к решению многокритериальной оптимизационной задачи формирования ассортимента продукции предприятия. Предлагаются два наиболее перспективных для практического использования метода решения — метод обобщенного критерия и метод последовательных уступок. При помощи экспертного оценивания решается вопрос информационного обеспечения реализации данных методов при компьютерном моделировании решения исходной задачи. С учетом мнения экспертов рассчитывается коллективное упорядочивание частных критериев задачи — медиана Кемени. Данное ранжирование позволяет лицу, принимающему решение, воспользоваться методами решения многокритериальных задач и при этом максимально учесть мнения всех экспертов. Предлагаемая в работе методика позволяет разрабатывать управленческие решения, направленные на формирование оптимального ассортимента продукции предприятия.*

### **Введение**

Современная хозяйственная жизнь отличается огромным разнообразием производимых и потребляемых товаров. Ежегодно на мировом рынке появляются миллионы новых продуктов и услуг. При этом производственные системы

характеризуются потреблением большого числа различных видов ресурсов при производстве огромного числа разнообразных продуктов. Подобные производственные системы называются многономенклатурным производством.

Таким образом, в современных условиях развития рыночных отношений отечественные производственные предприятия нуждаются в разработке оптимальной ассортиментной политики, которая отвечала бы, с одной стороны, сложившейся в стране рыночной ситуации, тенденциям ее развития и потребительскому спросу, а с другой — особенностям конкретного производства. Ассортиментная политика занимает важное место в повышении конкурентоспособности предприятия, так как именно товар, его качество, оптимальный ассортиментный набор влияют на конкурентные позиции продукции и успех предприятия. Управление товарным ассортиментом является ключевой функцией менеджмента каждого промышленного предприятия. Неоптимальная структура ассортимента приводит к снижению уровня прибыли, потере конкурентных позиций на перспективных потребительских и товарных рынках и, как следствие, — к снижению экономической устойчивости предприятия.

Одним из способов определения оптимальной структуры ассортимента продукции является использование экономико-математических моделей и методов.

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект 09-01-00223-а).

В данной статье рассматривается многокритериальная задача оптимизации ассортимента выпускаемой продукции с четырьмя частными линейными критериями. Решение этой задачи сводится либо к решению редуцированной однокритериальной задачи линейного программирования, либо к последовательному поэтапному решению четырех однокритериальных задач. Однако в ходе непосредственного решения возникает проблема информационного обеспечения процесса принятия решений. Для этого предлагается воспользоваться методами экспертного оценивания, которые позволяют идентифицировать рассматриваемую экономико-математическую модель.

Результаты, полученные в данной статье, основываются на исследованиях [1-5, 8, 9] и могут использоваться в различных производственных системах для разработки оптимальных управленческих решений, направленных на оптимизацию ассортимента выпускаемой продукции. Математические модели таких систем рассматриваются, например, в работах [1, 2, 5, 6, 7] и др.

#### Модельная многокритериальная задача оптимизации ассортимента выпускаемой продукции

Рассмотрим многокритериальную задачу определения оптимального ассортимента выпускаемой продукции.

Пусть предприятие производит  $n$  видов продукции, поставляет их заказчикам и реализует на рынке. Для производства продукции используются  $m$  различных типов ресурсов. Расход  $i$ -го ресурса ( $i \in \overline{1, m}$ ) на единицу продукции  $j$ -го вида ( $j \in \overline{1, n}$ ) составляет  $a_{ij}$  единиц. Первоначальные запасы  $i$ -го сырья в единицу времени известны и составляют  $b_i$  ( $i \in \overline{1, m}$ ) единиц. Запас ресурсов может быть пополнен в начале планового периода. Предприятие располагает средствами в размере  $K$  единиц, а производственные ресурсы можно приобрести по ценам  $q_i$  за  $i$ -ый ресурс ( $i \in \overline{1, m}$ ). Емкость рынка по каждому виду продукции оценена и составляет  $S_{\max j}$  ( $j \in \overline{1, n}$ ). Для каждого вида продукции рассчитана точка безубыточности  $S_{\min j}$  ( $j \in \overline{1, n}$ ).

Требуется определить план выпуска готовой продукции, характеризующийся:

- максимальным объемом продаж (в стоимостном выражении);
- максимальной прибылью;
- минимальной себестоимостью;
- минимальной трудоемкостью изготовления продукции.

Управляющие переменные для данной задачи имеют вид:

$(x, y) = (x_1, x_2, \dots, x_n; y_1, y_2, \dots, y_m) \in \mathbf{R}^{n+m}$  — вектор, включающий плановые объемы задания по выпуску готовой продукции (первые  $n$  компонент) и первоначальной закупке производственных ресурсов (последующие  $m$  компонент). Здесь и далее для любого  $k \in \mathbf{N}$ , где  $\mathbf{N}$  есть множество всех натуральных чисел,  $\mathbf{R}_k$  —  $k$ -мерное векторное пространство векторов-столбцов (даже если из экономии места они записаны в виде строки).

Тогда в результате экономико-математического моделирования можно сформировать задачу математического программирования следующего вида:

$$\begin{cases} S_{\min j} \leq x_j \leq S_{\max j}, j \in \overline{1, n}; \\ Ax \leq b + y; \\ \langle q, y \rangle_m \leq K; \\ b = (b_1, b_2, \dots, b_m) \in \mathbf{R}^m; \\ q = (q_1, q_2, \dots, q_m) \in \mathbf{R}^m; \\ y = (y_1, y_2, \dots, y_m) \in \mathbf{R}^m; \\ x_j, S_{\min j}, S_{\max j} \in \mathbf{R}^1; \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f_1 &= \langle c, x \rangle_n \rightarrow \max, \\ f_2 &= \langle p, x \rangle_n \rightarrow \max, \\ f_3 &= S_0 + \langle r, x \rangle_n + \langle q, y \rangle_m \rightarrow \min, \\ f_4 &= \langle t, x \rangle_n \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $A = \|a_{ij}\|$ ,  $i \in \overline{1, m}$ ,  $j \in \overline{1, n}$  — матрица порядка  $(m \times n)$ ;  $c_j$  — цена единицы продукции  $j$ -го вида ( $j \in \overline{1, n}$ ), а  $c = (c_1, c_2, \dots, c_n) \in \mathbf{R}^n$  — вектор цен;  $p_j$  — прибыль от единицы продукции  $j$ -го вида ( $j \in \overline{1, n}$ ), а  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n) \in \mathbf{R}^n$  — вектор прибыли;  $S_0$  — общая сумма накладных расходов;  $r_j$  — объем прямых расходов на производство единицы продукции  $j$ -го вида ( $j \in \overline{1, n}$ ), а  $r = (r_1, r_2, \dots, r_n) \in \mathbf{R}^n$  — вектор прямых расходов;  $t_j$  — трудоемкость изготовления единицы продукции  $j$ -го вида ( $j \in \overline{1, n}$ ), а  $t = (t_1, t_2, \dots, t_n) \in \mathbf{R}^n$  — вектор трудоемкости; для любых натурального числа  $k \in \mathbf{N}$  и векторов  $s, z \in \mathbf{R}^k$  символом  $\langle s, z \rangle_k$  обозначается их скалярное произведение.

В данной многокритериальной задаче (1)–(2) необходимо найти наилучшее решение, руководствуясь четырьмя различными целями, описываемыми (2). Причем эти цели в той или иной степени противоречат друг другу, т. е. нет такого допустимого решения, которое было бы лучше других из области всех допустимых решений данной задачи, описываемой ограничени-

ями (1), с точки зрения всех рассматриваемых четырех критериев.

**Методы решения многокритериальных задач**

Методика исследования задач принятия решений для многокритериального случая может быть связана с различными подходами и методами [1, 2].

Для решения рассматриваемой многокритериальной оптимизационной задачи, описываемой соотношениями (1)–(2), воспользуемся методом обобщенного критерия и методом последовательных уступок.

Метод обобщенного критерия — процедура, которая синтезирует набор оценок по заданным критериям, называемых частными или локальными, в единую численную оценку, выражающую итоговую полезность рассматриваемого набора оценок для лица принимающего решения (ЛПР). Таким образом, задание обобщенного критерия сводит задачу многокритериальной оптимизации к задаче однокритериальной оптимизации с новой целевой, сформированной на базе исходных целевых функций.

Наиболее распространенным обобщенным критерием является взвешенная сумма частных критериев, которая превращает векторную оценку в скалярную оценку. В нашем случае можно рассмотреть скалярную функцию вида:

$$\phi(f) = \alpha_1 f_1 + \dots + \alpha_4 f_4, \alpha_j \geq 0, j = \overline{1,4}, \sum_{j=1}^4 \alpha_j = 1. (3)$$

Числа  $\alpha_j$  называют весовыми коэффициентами. Весовой коэффициент  $\alpha_j$  интерпретируется как «показатель относительной важности»  $j$ -ого критерия, т. е. чем больше  $\alpha_j$ , тем больший вклад вносит оценка по  $j$ -му критерию в итоговую оценку  $\phi(f)$ .

Метод перехода от нескольких критериев к одному, задаваемому новой функцией, называется также сверткой.

Отметим, что выбор весовых коэффициентов  $\{\alpha_j\}$  является достаточно сложной задачей, для решения которой используют экспертные оценки, а также методы параметрического программирования.

Метод последовательных уступок (компромиссов), предложенный Е. С. Вентцель, применим в тех задачах, в которых критерии удается ранжировать по их важности [1]. Надо отметить, что ранжирование критериев является естественным поведением человека для многих ситуаций принятия решений.

Критерий  $f_j$  называется позитивным, если ЛПР стремится к его увеличению, и негатив-

ным, если ЛПР стремится к его уменьшению. Отметим, что позитивные и негативные критерии легко сводятся друг к другу путем умножения его значения на  $-1$ .

Предположим, что в рассматриваемой задаче (1)–(2) все критерии позитивны и упорядочены в порядке убывания важности.

Тогда находим максимальное значение  $F_1^*$  первого по важности критерия в области допустимых решений, решая задачу:

$$F_1^* = f_1(x^{(1,e)}) = \max_{x \in D} f_1(x),$$

где множество  $D$  — область допустимых изменений вектора  $x$ , определяемая ограничениями (1).

Затем, исходя из практических соображений и принятой для рассматриваемой задачи точности, назначается величина  $\delta_1 > 0$  допустимого отклонения значений критерия  $f_1$  и находится максимальное значение для второго критерия  $f_2$  при условии, что значение первого критерия должно отклоняться от максимального не более чем на величину допустимой уступки, т. е. решается задача вида:

$$F_2^* = f_2(x^{(2,e)}) = \max_{x \in D} f_2(x),$$

$$f_1(x^{(2,e)}) \geq F_1^* - \delta_1, x^{(2,e)} \in D.$$

Тогда снова назначается новая величина уступки  $\delta_2 > 0$  уже по второму критерию, которая вместе с первой используется при нахождении условного экстремума третьего частного критерия, и т. д. В итоге определяется экстремальное значение последнего по важности критерия  $f_4$  при условии, что значение каждого из первых трех частных критериев отличается от экстремального не более чем на величину соответствующей допустимой уступки. Полученное на последнем этапе решение  $F_4^* = f_4(x^{(4,e)}), x^{(4,e)} \in D$ , считается оптимальным.

Таким образом, в методе обобщенного критерия возникает вопрос о выборе значений весовых коэффициентов для рассматриваемых частных критериев, а в методе последовательных уступок — вопрос о ранжировании критериев по их важности.

При оптимизации структуры ассортимента продукции предприятия необходимо учитывать множество факторов. Нужно найти решение, которое будет лучшим с точки зрения увеличения прибыли, доступности ресурсов, роста продаж и сокращения трудоемкости изготовления продукции. К примеру, планы маркетологов по увеличению продаж перспективного, по их мнению, продукта могут быть подвергнуты

критике финансовой службой, по расчетам которой это не приведет к адекватному улучшению экономических показателей деятельности предприятия, но значительно повысит потребность в ресурсах. Или технолог может сделать вывод о том, что значительный рост объемов производства такого продукта на имеющемся оборудовании может привести к недопустимому увеличению общей трудоемкости изготовления всего ассортимента продукции. Поэтому для принятия обоснованных решений относительно важности каждого критерия в многокритериальной задаче оптимизации ассортимента продукции предприятия необходимо опираться на опыт, знания и интуицию специалистов-экспертов. Возникающие противоречия можно разрешить несколькими способами и наиболее распространенный из них — метод экспертных оценок.

**Метод экспертных оценок** — это метод организации работы со специалистами-экспертами и обработки мнений экспертов [3]. Эти мнения обычно выражены частично в количественной, частично в качественной форме. Экспертные исследования проводят с целью подготовки информации для принятия решений лицом, принимающим решения (ЛПР). Для проведения работы по методу экспертных оценок создают рабочую группу, которая и организует по поручению ЛПР деятельность экспертов, объединенных (формально или по существу) в экспертную комиссию.

Рассмотрим использование методов экспертного оценивания применительно к модели многокритериального выбора для задачи оптимизации ассортимента продукции.

При групповой экспертизе наиболее типична следующая ситуация:

— у экспертов разные мнения по поводу сформированного набора критериев (так, например, показатели перспективности конкретного продукта являются определяющими для маркетингового отдела, показатели экономической эффективности — для финансовой службы предприятия);

— у экспертов разные мнения о сравнительной значимости критериев (так, в целях максимизации текущих прибылей можно сделать ставку на наиболее прибыльные продуктовые позиции, но при этом упустить возможность закрепиться на привлекательном рынке, что негативно скажется на будущем финансовом состоянии предприятия, в то же время чтобы дожить до будущих прибылей, необходимо зарабатывать уже сегодня);

— эксперты дают разные оценки альтернатив по рассматриваемым критериям.

Существует масса методов формирования экспертных оценок. В одних с каждым экспертом работают отдельно, он даже не знает, кто еще является экспертом, а потому высказывает свое мнение независимо от авторитетов. В других экспертов собирают вместе для подготовки материалов для ЛПР, при этом эксперты обсуждают проблему друг с другом, учатся друг у друга, и в итоге неверные мнения отбрасываются. В одних методах число экспертов фиксировано и таково, чтобы статистические методы проверки согласованности мнений и затем их усреднения позволяли принимать обоснованные решения. В других — число экспертов растет в процессе проведения экспертизы. Не меньше существует и методов обработки ответов экспертов, в том числе математических и при помощи компьютеров.

**Метод мозговой атаки** — первый из исторически сформировавшихся и наиболее известных методов получения экспертных оценок, был разработан в 1953 году американским консультантом в области рекламы Осборном [4]. Его суть заключается в следующем.

Отбирается некоторая группа экспертов примерно одной квалификации в количестве 7–12 человек, перед которыми ставится конкретная задача. Эксперты должны генерировать и высказывать любые идеи, связанные с поставленной задачей. При этом на выступления экспертов наложено одно, но очень существенное ограничение — нельзя критиковать предложения других участников. Можно их развивать, можно высказывать свои идеи, но нельзя критиковать! Именно поэтому данный метод иногда называют **методом генерации идей**.

Еще одним из наиболее известных методов экспертного оценивания является **метод Дельфи**. Это метод групповой оценки, при котором участников группы просят инкогнито вынести свои индивидуальные суждения относительно рассматриваемой темы. Далее, после ознакомления с мнениями других участников, группе предоставляется возможность пересмотреть свои мнения. Процесс продолжается до тех пор, пока после нескольких итераций участники не приходят к окончательным заключениям.

Несколько в стороне от основного русла экспертных оценок лежит **метод сценариев**, применяемый, прежде всего, для экспертного прогнозирования. Метод сценариев дает возможность оценить наиболее вероятный ход развития со-

бытий и возможные последствия принимаемых решений. Разрабатываемые специалистами сценарии развития анализируемой ситуации позволяют с тем или иным уровнем достоверности определить возможные тенденции развития, взаимосвязи между действующими факторами, сформировать картину возможных состояний, к которым может прийти ситуация под влиянием тех или иных воздействий.

При формировании набора критериев можно попросить каждого эксперта дать свое множество критериев, а затем объединить все множества в одно. Если есть жесткое ограничение по количеству критериев, то необходимо упорядочить критерии по частоте упоминания и подвести черту в том месте, которое удовлетворяет заданному ограничению.

Итак, набор критериев сформирован. Как оценить их сравнительную значимость? Тем более, что получаемые от экспертов мнения часто бывают выражены в порядковой шкале, т. е. эксперт может сказать (и обосновать), что прибыль от продажи продукции является более важным показателем, чем, например, трудоемкость ее изготовления, но он не в состоянии сказать, во сколько раз или на сколько он более важен. Поэтому экспертов часто просят дать ранжировку (упорядочение) объектов экспертизы, т. е. расположить их в порядке возрастания (или, точнее, неубывания) интенсивности характеристики, интересующей организаторов экспертизы.

Ранг — это номер (объекта экспертизы) в упорядоченном ряду [3]. Формально ранги выражаются числами 1, 2, 3, ..., но весьма важно то, что с этими числами нельзя делать привычные арифметические операции.

На основе индивидуальных ранжировок, полученных от каждого эксперта, нужно построить обобщенную (коллективную) ранжировку. Это можно сделать разными методами, такими как процедура Борда (ранжирование альтернатив), процедура Янга (последовательные сравнения), процедура парных сравнений и процедура Кемени [8].

Наиболее корректным (но и наиболее трудоемким) считается метод медианы Кемени (по имени автора — американского математика и экономиста, лауреата Нобелевской премии) [9]. Для нахождения медианы прежде всего нужно задать способ определения расстояния между ранжировками, как говорят математики «определить метрику в пространстве ранжировок». После этого нужно найти (построить) такую ранжировку, суммарное расстояние от

которой до всех заданных экспертных ранжировок было бы минимально. Искомая ранжировка и будет медианой Кемени. Заметим, что тем самым будет получено обобщенное мнение экспертов, которое не отбросит ни одного мнения, поскольку при построении медианы существенно учитываются все индивидуальные ранжировки.

Разработаны несколько вариантов алгоритмов отыскания медианы Кемени, каждый из которых применяется в зависимости от содержательной постановки задачи. Рассмотрим эвристический алгоритм отыскания медианы Кемени [8] применительно к рассматриваемой нами задаче.

Пусть имеется группа из 5 экспертов. Рассматриваются 4 критерия  $f_1, f_2, f_3, f_4$  для многокритериальной задачи (1)–(2) оптимизации ассортимента выпускаемой продукции. Каждому эксперту предложено высказать свое предпочтение в отношении важности предложенных критериев путем их попарного сравнения.

1. Пусть экспертами указаны следующие индивидуальные ранжирования:

$P_1$	$f_2$	$f_4$	$f_1$	$f_3$
$P_2$	$f_1$	$f_3 \approx f_4$	$f_2$	
$P_3$	$f_2 \approx f_3$	$f_4$	$f_1$	
$P_4$	$f_3$	$f_2$	$f_1 \approx f_4$	
$P_5$	$f_2$	$f_1$	$f_3 \approx f_4$	

Тогда представленным ранжированиям соответствуют квадратные матрицы отношений  $P^{(i)} = \|p_{ij}\|, i, j \in \overline{1, 4}$  порядка (4×4), элементы которых определяются в соответствии со следующим выражением (знаки  $<$ ,  $\approx$ ,  $>$  используются для сравнения порядка расположения критериев по их расположению):

$$p_{ij}^{(i)} = \begin{cases} 1, & \text{если } f_i > f_j, \\ -1, & \text{если } f_i < f_j, \\ 0, & \text{если } f_i \approx f_j; \end{cases}$$

$$\|P^{(1)}\| = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \|P^{(2)}\| = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\|P^{(3)}\| = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \|P^{(4)}\| = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\|P^{(5)}\| = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. По результатам ранжирования формируется матрица потерь.

Для формирования квадратной матрицы потерь  $R = \|r_{ij}\|, i \in \overline{1,4}, j \in \overline{1,4}$  порядка (4×4), вначале определяются расстояния от произвольного ранжирования до всех ранжирований, указанных экспертами, по следующей формуле:

$$d_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } p_{ij} = 1, \\ 1, & \text{если } p_{ij} = 0, \\ 2, & \text{если } p_{ij} = -1. \end{cases}$$

При этом элементы матрицы потерь  $R$  определяются по формуле:  $r_{ij} = \sum_{k=1}^5 d_{ij}(P, P_k)$ , где  $P$  — произвольное ранжирование, в котором  $p_{ij} = 1$ .

Тогда для рассматриваемого примера ранжирования матрица потерь имеет следующий вид:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 5 & 2 \\ 6 & 5 & 0 & 4 \\ 5 & 8 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$$

**3. Первая итерация.**

Подсчитывают построчные суммы  $s_i^{(1)} = \sum_{j=1}^4 r_{ij}$  для  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ :

$s_1^{(1)}$	$s_2^{(1)}$	$s_3^{(1)}$	$s_4^{(1)}$
17	9	15	19

Из полученных значений выбирается минимальное. В данном случае минимум достигается на  $s_2^{(1)}$ . Данный критерий ставится на первое место и из дальнейших вычислений исключается.

**4. Вторая итерация.**

Подсчитывают построчные суммы  $s_i^{(2)} = \sum_{j \in \{1,3,4\}} r_{ij}$  для  $i \in \{1, 3, 4\}$ :

$s_1^{(2)}$	$s_3^{(2)}$	$s_4^{(2)}$
9	10	11

Минимум достигается на  $s_1^{(2)}$ . Тогда данный критерий ставится на второе место и из дальнейших вычислений исключается.

**5. Третья итерация.**

Подсчитывают построчные суммы  $s_i^{(3)} = \sum_{j \in \{3,4\}} r_{ij}$  для  $i \in \{3, 4\}$ .

$s_3^{(3)}$	$s_4^{(3)}$
4	6

Минимум достигается на  $s_3^{(3)}$ . На третье место ставится критерий под номером 3 и, следовательно, на четвертое место ставится критерий под номером 4.

6. На основании полученных построчных сумм формируется ранжирование  $P_I$  вида:

$$P_I = (f_2 f_1 f_3 f_4).$$

7. Формируется ранжирование  $P_{II}$ .

Поскольку в ранжировании  $P_I$  на предпоследнем и последнем местах стоят критериальные функции  $f_3$  и  $f_4$ , то сравниваем значения элементов  $r_{34}$  и  $r_{43}$  матрицы потерь  $R$ . Так как  $r_{34} < r_{43}$ , переходим к сравнению значений элементов  $r_{13}$  и  $r_{31}$ . Так как  $r_{13} < r_{31}$ , переходим к сравнению элементов  $r_{21}$  и  $r_{12}$ . Учитывая, что  $r_{21} < r_{12}$ , то можно сделать вывод, что ранжирование  $P_{II}$  совпадает с ранжированием  $P_I$ .

Тогда искомое ранжирование (медиана Кемени) имеет следующий вид:

$$P_{II} = (f_2 f_1 f_3 f_4).$$

Полученное таким образом упорядочивание критериев в порядке их важности позволяет воспользоваться методом последовательных уступок для решения рассматриваемой многокритериальной задачи (1)–(2) определения оптимального ассортимента продукции предприятия.

Отметим, что полученное ранжирование помогает оценить весовые коэффициенты для частных критериев в методе обобщенного критерия. Так, расставив ранги (от 4 — для наиболее важного критерия до 1 — для наименее важного) для всех четырех рассматриваемых критериев и рассчитав относительную важность каждого критерия, можно получить следующие весовые коэффициенты:

Частный критерий	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	Сумма
Ранг	3	4	2	1	10
Весовой коэффициент, или относительная важность критерия	0,3	0,4	0,2	0,1	1

Таким образом, обобщенный критерий вида (3) для многокритериальной задачи (1)–(2) оптимизации ассортимента продукции предприятия будет иметь следующий вид:

$$\phi(f) = 0,3f_1 + 0,4f_2 - 0,2f_3 - 0,1f_4 \rightarrow \max. \quad (4)$$

Критерии  $f_3$  и  $f_4$  взяты со знаком минус, т. к. в исходной постановке требуется найти их минимальное значение.

### Общая схема решения многокритериальной задачи оптимизации ассортимента

На основании описанной выше частной процедуры можно представить общую схему решения многокритериальной задачи оптимизации ассортимента продукции предприятия, в виде реализации следующей последовательности шагов.

**Шаг 1.** Формирование набора частных критериев (целевых функций) для задачи оптимизации ассортимента продукции. Критерии могут формировать либо эксперты, либо сам исследователь задачи (ЛПР).

**Шаг 2.** При помощи методов экспертного оценивания реализуется обобщенное ранжирование (нахождение медианы Кемени) частных критериев, сформированных на шаге 1. Исходя из обобщенного ранжирования, реализуется расчет «относительной важности» каждого частного критерия и расчет значений весовых коэффициентов для обобщенного критерия.

**Шаг 3.** Находится решение многокритериальной задачи оптимизации ассортимента продукции предприятия с помощью метода обобщенного критерия или метода последовательных уступок.

**Метод обобщенного критерия.** С помощью конкретного метода решения задачи линейного программирования (например, симплекс-методом) решается однокритериальная задача вида (1)–(4).

**Метод последовательных уступок.** С помощью метода последовательных уступок и с применением конкретного метода решения задачи линейного программирования последовательно решаются четыре однокритериальные задачи, соответствующие выбранным критериям из (2). Величины допустимых отклонений  $\delta_i$  ( $i \in 1, 4$ ) оцениваются методами экспертного оценивания или задаются ЛПР.

На шаге 3 предлагаются два характерных и, по нашему мнению, наиболее практичных метода решения многокритериальных задач — метод обобщенного критерия и метод последовательных уступок. Оценивая данные процедуры в целом, необходимо отметить, что они получили наибольшее распространение на практике. Однако эти методы отличаются тем, что ЛПР на каждом шаге сам или с помощью экспертов формулирует задачу, которую потом и решает (например, с использованием компьютерных систем), т. е. задает значения весовых коэффициентов и накладывает критериальные ограничения. В этих процедурах ЛПР на основе

интуиции и опыта должен разобраться в довольно сложной проблеме выбора параметров задачи многокритериальной оптимизации, т. е. на него возлагается большая ответственность, и он должен хорошо понимать особенности рассматриваемой задачи и иметь представление о возможных последствиях, к которым могут привести возможные погрешности экономико-математической модели.

### Заключение

Для многокритериальной задачи оптимизации ассортимента продукции предприятия, экономико-математическая модель которой описывается соотношениями (1)–(2), предлагается использовать два наиболее практичных метода решения — метод обобщенного критерия и метод последовательных уступок. При помощи методов экспертного оценивания решается вопрос об информационном обеспечении реализации данных методов. Поскольку и в первом, и во втором методах возникает вопрос об упорядочивании критериев качества (целевых функций), то предлагается решать эту задачу с помощью метода медианы Кемени. Соответствующая этому методу процедура позволяет определить коллективное мнение всех экспертов, т. е. найти обобщенное ранжирование частных критериев задачи, необходимое для реализации метода последовательных уступок, а также найти весовые коэффициенты для целевой функции в методе обобщенного критерия.

Важно также отметить, что каждый из методов работы с несколькими критериями в рамках оптимизационных задач возможен только при определенных условиях, которые должны учитывать особенности исследуемой задачи. Причем при решении многокритериальных оптимизационных задач появляются специфические проблемы, которых нет в однокритериальных задачах, и для решения таких проблем необходимо разрабатывать конкретные методики.

На основе предлагаемой методики решения многокритериальной задачи оптимизации ассортимента продукции предприятия можно разрабатывать компьютерные информационные системы поддержки принятия управленческих решений, которые будут способствовать повышению экономической эффективности деятельности производственных предприятий.

### Список литературы

1. Лотов А. В. Введение в экономико-математическое моделирование. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 392 с.

2. Математические методы и модели исследования операций : учебник для студентов вузов / под ред. В. А. Колемаева. М.: Юнити-Дана, 2008. 592 с.
3. Орлов А. И. Теория принятия решений : учеб. пособие. М. : Издательство «Март», 2004. 656 с.
4. Светуньков С. Г. Методы маркетинговых исследований : учеб. пособие. СПб.: Издательство ДНК, 2003. 352 с.
5. Шориков А. Ф., Виноградова Е. Ю. Динамическая оптимизация комплексного управления технологическими процессами на предприятии // Известия Уральского гос. экон. ун-та. 2007. № 1(18). с. 254-266.
6. Ивахник Д. Е., Григорьева В. З. Оптимизация производственной программы предприятия в условиях рыночных отношений // Маркетинг в России и за рубежом. 1999. №1.
7. Савинкин А. Как оптимизировать ассортимент // Финансовый директор. 2004. №5.
8. Андреев Г. И. Согласование результатов и формирование скидок и премий: [Сайт]. URL: <http://market-pages.ru/osnocen/19.html> (дата обращения: 5.05.2010).
9. Горский П. Введение в дисциплину «Поддержка принятия решений» // Корпоративный менеджмент [Сайт]. URL : [http://cfin.ru/management/decision\\_science.shtml](http://cfin.ru/management/decision_science.shtml) (дата обращения 5.05.2010).